

Présenter le travail sur une feuille comme un contrôle.

Rappels de cours sur les racines carrées.

Définition. a étant un nombre positif ou nul, \sqrt{a} est le nombre positif ou nul, qui élevé au carré donne a .

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a \text{ avec } a \geq 0.$$

Règles.

1) \sqrt{a} n'existe que si a est un nombre positif ou nul (voir définition).

2) a étant un nombre positif, il existe deux nombres, \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$ qui élevés au carré donnent a .

3) a et b étant des nombres positifs :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad \text{avec } b \neq 0.$$

4) Il faut calculer en priorité le nombre sous le radical $\sqrt{\quad}$ avant de calculer la racine carrée.

Exemple, $\sqrt{8+1}$ est égal à $\sqrt{9}$, donc égal à 3.

Exercice 1. Écrire les nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b étant le plus petit possible.

Exemple. $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

a. $\sqrt{27}$; $\sqrt{200}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{45}$.

b. $\sqrt{98}$; $\sqrt{150}$.

Exercice 2. Simplifier à l'aide des propriétés.

a. $2\sqrt{3} \times 6\sqrt{3}$; $\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}$; $2\sqrt{5} \times 4\sqrt{15}$.

b. $\sqrt{5} \times 2\sqrt{45}$; $6\sqrt{12} \times \sqrt{3}$; $2\sqrt{6} \times \sqrt{42}$.

c. $\sqrt{5^2}$; $\sqrt{2^2}$.

Exercice 3. Simplifier à l'aide des propriétés.

a. $2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + \sqrt{3}$; $\sqrt{45} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{20}$.

b. $\frac{3\sqrt{20}}{\sqrt{10}}$; $\frac{3}{\sqrt{27}} \times \sqrt{75}$; $\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{25}}$.

c. $\sqrt{3^2} - \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2$.

Exercice 4. Développer.

a. $\sqrt{+2^2}$; $\sqrt{5-1^2}$; $\sqrt{2+\sqrt{3^2}}$; $\sqrt{3-\sqrt{2}}\sqrt{3+\sqrt{2}}$; $\sqrt{2+1}\sqrt{2-1}$.

b. $\sqrt{7-\sqrt{11^2}}$; $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)^2$; $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+5\right)^2$.

Exercice 5. Écrire sans racines carrées au dénominateur, les nombres suivants.

Exemple. $A = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

$$\frac{2}{\sqrt{2}} ; \frac{3}{\sqrt{5}} ; \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} ; \frac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} ; \frac{2}{1+\sqrt{2}} ; \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

Exercice 1. Écrivons les nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b étant le plus petit possible.

Exemple. $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

a. $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

$\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$.

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$.

$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$.

b. $\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$.

$\sqrt{150} = \sqrt{25 \times 6} = \sqrt{25} \times \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$.

Exercice 2. Simplifions à l'aide des propriétés.

a. $2\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} = 2 \times 6 \times (\sqrt{3})^2 = 12 \times 3 = 36$.

$\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 3 \times (\sqrt{5})^2 = 3 \times 5 = 15$.

$2\sqrt{5} \times 4\sqrt{15} = 2 \times 4 \times \sqrt{5} \times \sqrt{15} = 8\sqrt{75} = 8\sqrt{25 \times 3} = 8 \times 5\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$.

b. $\sqrt{5} \times 2\sqrt{45} = \sqrt{5} \times 2 \times \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{5} \times 2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 2 \times 3 \times (\sqrt{5})^2 = 6 \times 5 = 30$.

$6\sqrt{12} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{4 \times 3} \times \sqrt{3} = 6 \times 2 \times (\sqrt{3})^2 = 12 \times 3 = 36$.

$2\sqrt{6} \times \sqrt{42} = 2\sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \sqrt{7} = 2 \times (\sqrt{6})^2 \times \sqrt{7} = 2 \times 6 \times \sqrt{7} = 12\sqrt{7}$.

c. $(2\sqrt{5})^2 = 2^2 \times (\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$.

$(3\sqrt{2})^2 = 3^2 \times (\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$.

Exercice 3. Simplifions à l'aide des propriétés.

a. $2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 1\sqrt{3} = (2 - 5 + 1)\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$.

$\sqrt{45} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{20} = \sqrt{9 \times 5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{4 \times 5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = -\sqrt{5}$.

b. $\frac{3\sqrt{20}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = 3\sqrt{2}$.

$\frac{3}{\sqrt{27}} \times \sqrt{75} = \frac{3\sqrt{25}\sqrt{3}}{\sqrt{9}\sqrt{3}} = \frac{3 \times 5}{3} = 5$.

$\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{5}\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{\sqrt{5} \times 5} = \frac{2 \times 3 \times (\sqrt{2})^2}{5} = \frac{6 \times 2}{5} = \frac{12}{5}$.

c. $(2\sqrt{3})^2 - \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2^2 \times (\sqrt{3})^2 - \frac{3^2}{(\sqrt{2})^2} = 4 \times 3 - \frac{9}{2} = 12 - \frac{9}{2} = \frac{24}{2} - \frac{9}{2} = \frac{15}{2}$.

Exercice 4. Développons.

a. $(3 + \sqrt{2})^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 9 + 6\sqrt{2} + 2 = 11 + 6\sqrt{2}$.

$(\sqrt{5} - 1)^2 = (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1 = 6 - 2\sqrt{5}$.

$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 2 + 2\sqrt{6} + 3 = 5 + 2\sqrt{6}$.

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$.

$(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1$.

$$\text{b. } (2\sqrt{7} - \sqrt{11})^2 = (2\sqrt{7})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{11} + (\sqrt{11})^2 = 4 \times 7 - 4\sqrt{77} + 11 = 39 - 4\sqrt{77}.$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 1 + 1^2 = \frac{3}{4} - \sqrt{3} + 1 = \frac{3}{4} + \frac{4}{4} - \sqrt{3} = \frac{7}{4} - \sqrt{3}.$$

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + 5\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 + 2 \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times 5 + 5^2 = \frac{2}{3} + 10\sqrt{\frac{2}{3}} + 25 = \frac{2}{3} + \frac{75}{3} + \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{77}{3} + 10\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Exercice 5. Écrivons sans racines carrées au dénominateur, les nombres suivants.

Exemple. $A = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2} = \frac{\sqrt{14}}{7}.$$

$$\frac{3 + \sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{(3 + \sqrt{5})\sqrt{3}}{2(\sqrt{3})^2} = \frac{(3 + \sqrt{5})\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{(3 + \sqrt{5})\sqrt{3}}{6}.$$

$$\frac{2}{1 + \sqrt{2}} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{1^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{1 - 2} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{-1} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{1} = 2(\sqrt{2} - 1).$$

$$\frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{3(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2} = 3(\sqrt{3} + \sqrt{2}).$$